

ZJEDNODUŠENÉ ŘEŠENÍ ROŠTOVÝCH ZÁKLADOVÝCH PASŮ

Radimír Novotný

Vysoká škola technická a ekonomická v Českých Budějovicích

Abstrakt

Článek ukazuje zjednodušený (z teoretického hlediska nicméně „uspokojivě akceptovatelný“) přístup k řešení horizontálních roštových základových pasů. Příspěvek podává návod, jak za určitých předpokladů distribuovat svislé zatížení ze sloupů působících ve styčnicích roštu do jeho jednotlivých horizontálních prutů (pasů).

Klíčová slova: rovinné horizontální roštové konstrukce s tuhými styčnicí, základové rošty ze železobetonu, základové pasy, kontaktní spojitá reakce v prutech (pasech) základového roštu, roštové styčnice (uzlové body)

Abstract

The paper presents a simplified (however, from a theoretical point of view, sufficiently acceptable) approach to solving the horizontal slatted base strips. The contribution gives instructions on how to distribute vertical loads of the columns operating in node to its individual horizontal bars under certain assumptions.

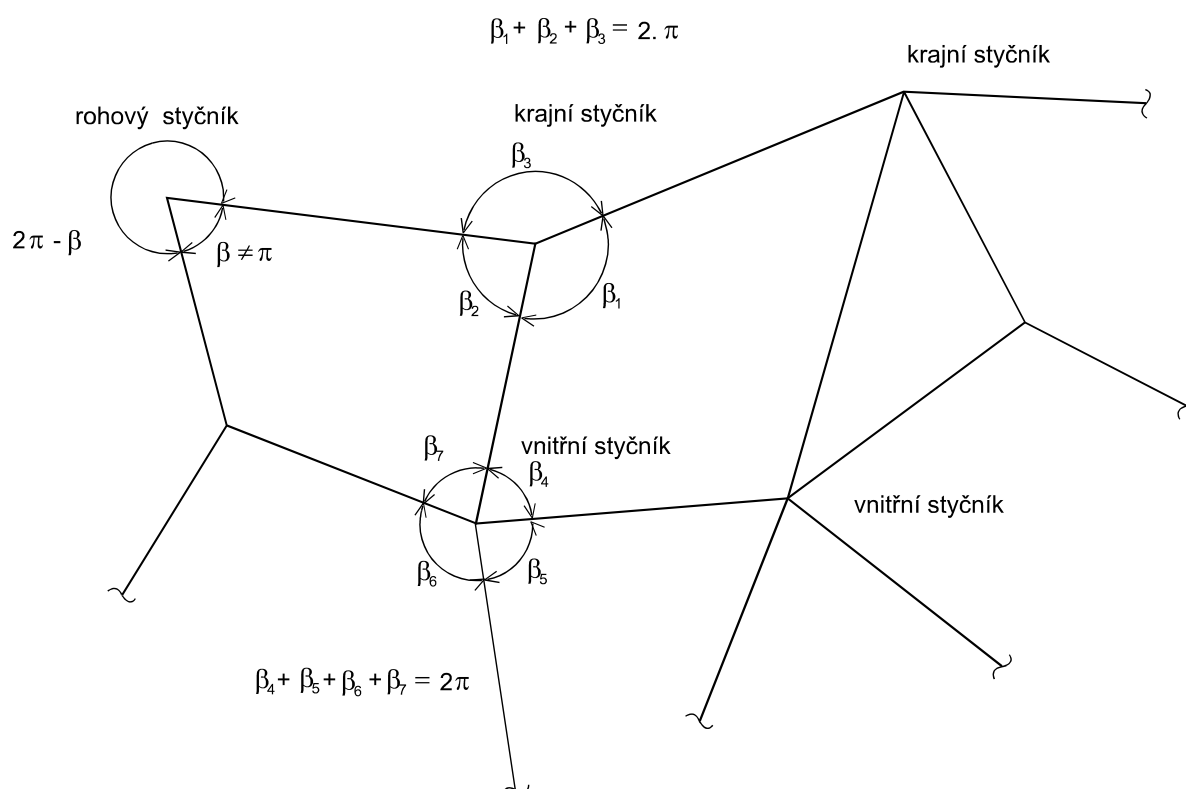
Key words: horizontal grid structure with rigid joints, foundation grids from ferro-concrete strip foundation, contact continuous reaction base grids, grid joints (nodal points)

Úvod

Při zakládání skeletových konstrukčních systémů (převážně jakožto prostorově působících rámu se srovnatelnými rozpětími v obou směrech) se obvykle uplatňují

patky z prostého nebo železového betonu. Výhodnost použití takovýchto patek je ale podmíněna jejich poněkud „soliterním postavením“, nebo-li jejich relativně velkou vzájemnou odlehlostí. Budou-li totiž nosné sloupy situovány vesměs po menších vzdálenostech (s modulem pod cca 4 až 5, zejména pak v případě více zatížených sloupů a při málo únosných zeminách), nebude již aplikování základových patek z prováděcích důvodů vhodné, a to jednak pro jejich potřebnou (relativně větší) rozměrnost, a jednak vzhledem k jejich vyšší četnosti dané právě nevelkou distancí jimi podpíraných sloupů, kdy již bývá při zakládání třeba odebrat prakticky veškerou zeminu nad úrovní základové spáry celého půdorysu objektu. Tehdy, vyloučíme-li zpravidla nákladné zakládání na pilotách a problematické zakládání na „obrácených“ lokálně podporovaných železobetonových deskách (silně exponované sloupové pruhy a náročnost z hlediska protlačení pod sloupy si žádá aplikování relativně tlustých desek, takže, vzhledem k jejich celoplošnému uplatnění, jde rovněž často o drahou metodu zakládání), se ukazují jako neekonomičtější železobetonové monolitické základové rošty s tuhými styčníky, když obyčejné základové pasy (zatížené osamělými silami ze sloupů) již k bezpečnému roznesení zatížení do základové půdy nemusí postačovat. Uplatnění základových roštů bývá zpravidla podmíněno nevelkým zahloubením jejich základové spáry pod úrovní okolního terénu; při hlubším zakládání (nad cca 3 až 4 m) se však ukazuje aplikování základových desek často jako nezbytnost.

Předpokládané horizontální přímé pruty (pasy) základového roštu se paprskovitě sbíhají do tuhého styčníku (uzlového bodu), do něhož se zároveň opírá i vertikální sloup nosného systému. Budeme přitom uvažovat, že svislou silou je zatížen každý styčník roštu a že roštový prut bude vždy spojnicí dvou sousedních uzlů, takže případně vykonzolované pasy v krajích základového roštu nebudou považovány za samostatné (standardní) roštové pruty. Ačkoliv roštové styčníky bývají většinou uspořádány do **pravidelného pravouhlého rastru**, takže roštové pasy jsou v navzájem ortogonálním postavení – a ty budeme mít na mysli především – , lze obecněji uvažovat i izogonalitu pasů s tím, že minimální jejich počet je „dva“, je-li úhel β , který spolu svírají, různý od π - případ tzv. **rohového styčníku**. U **krajního styčníku** je minimální počet pasů „tři“, a v případě tzv. **vnitřního styčníku** se v něm sbíhají také minimálně tři pasy (obvykle ale nejméně čtyři), přičemž součet všech úhlů, které spolu sousední pasy v každém styčníku svírají je právě $2 \cdot \pi$, viz Obr. 1.



Obr. 1. Definice tuhých styčníků (uzlů) obecného základového roštu

Zcela obecná izogonalita roštových pasů podle Obr. 1. je v praxi obvykle vzácná, nicméně někdy vynucená, a to netradičním půdorysem zakládaného objektu i jeho vnitřní dispozicí. Pokud bychom tedy předpokládali i navzájem izogonálně postavené pasy, omezíme se spíše jen na pravidelný rastr sestrojený ze stejných kosodélníků. Takovéto půdorysné uspořádání sloupů (které ovšem Obr. 1. nezobrazuje) pak definuje **pravidelnou izogonalitu** o dvou lineárních osnovách (regulech) uvažovaného rastru. (Všeobecně vzato, u vnitřních styčníků – viz též Obr. 1. – , je vhodné žádat, aby velikosti úhlů, které spolu pasy svírají, byly srovnatelné, nebo-li $\beta_4 \approx \beta_5 \approx \beta_6 \approx \beta_7$, atd. Máme totiž zato, že splnění tohoto požadavku lépe umožní rovnoměrnější využití pasů stýkajících se v uvažovaném styčniku. Tato podmínka je ovšem vzhledem k definici „klasického“ roštu nesplnitelná u rohového styčnicku a všech krajních styčnicků zároveň).

Příčný profil roštových prutů bývá obdélný – anebo ještě výhodněji – ve tvaru obráceného písmenka „T“ při roznášecím úhlu (měřeno od vodorovné úrovně) kolem $\frac{\pi}{4}$, přičemž zpravidla se navrhují jednotlivé pasy **stálého průřezu po celé svojí délce**.

Většinou se volí i **výška všech pasů** základového roštu **stálá** (prováděcí důvody), a ta bývá cca **osmina až šestina** teoretického rozpětí (vzdáleností mezi odpovídajícími roštovými uzly), zatímco při uplatnění obyčejného základového pasu zatíženého osaměle působícími sloupy by se volila jeho průřezová výška asi sedmina až pětina teoretického rozpětí, tedy o něco více než u roštu. Tato doporučení jsou vhodná zejména při uplatnění železového betonu.

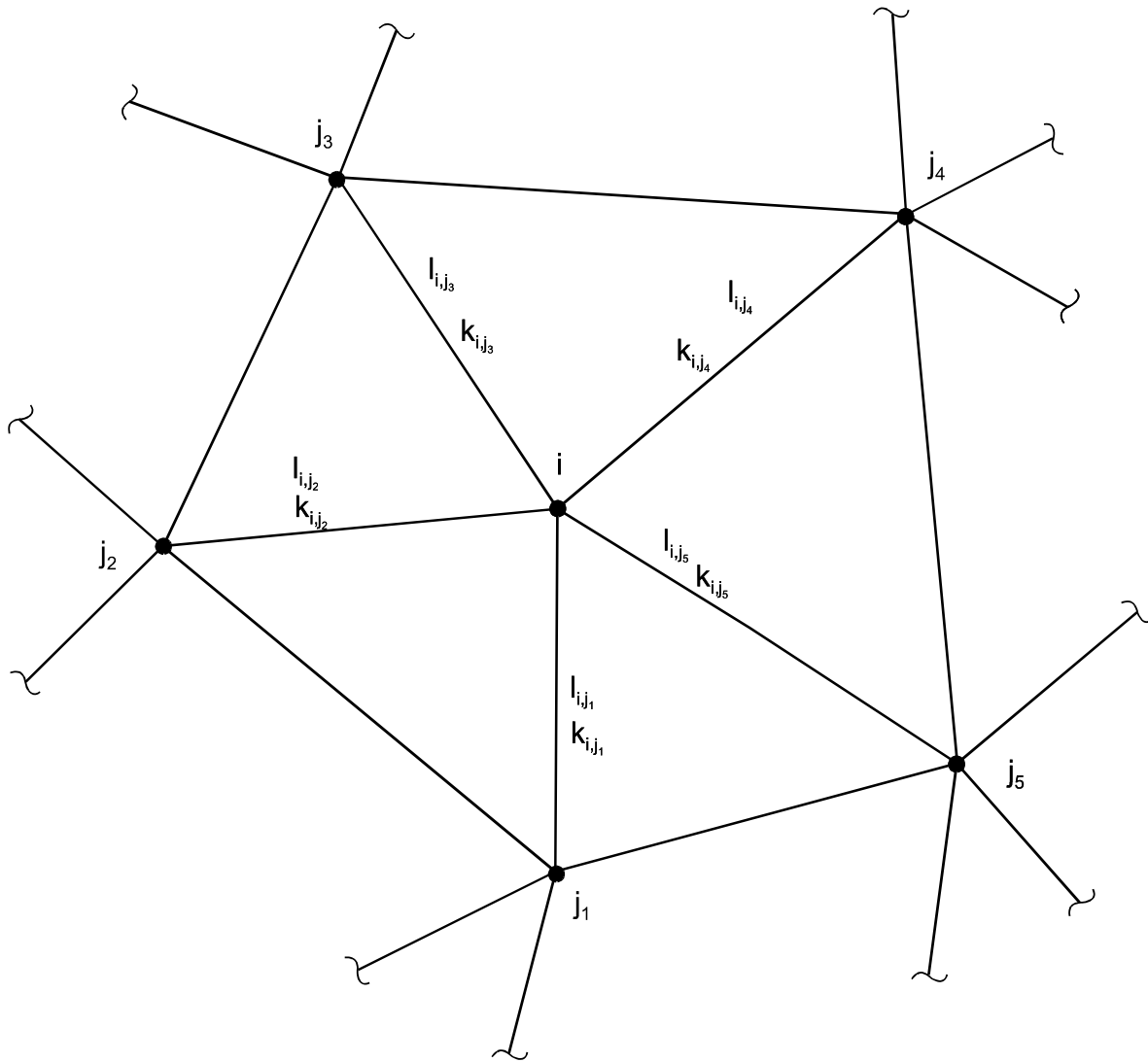
Přesné statické řešení základové roštové konstrukce – byť i „jen“ za ideálních předpokladů (zejména fyzikálně materiálová linearita) – je neobyčejně pracné. Jedná se vlastně o zvláštní případ prostorového rámu, který je v pružné interakci s přenášeným svrchním prostorovým skeletem. V našem případě jde navíc o rošt na podloží, jehož poddajnost by bylo třeba nějak modelovat (např. winklerovsky, popř. podle Pasternaka, Gibsona, Žemočikna, atp.), který je nadto (zpravidla cele) zahlouben do zeminy, takže je do značné míry omezena mj. i podélná torze roštových pasů, atd. Je evidentní, že analytické řešení zohledňující všechna tato hlediska bude sotva schůdné. Uvedená okolnost, jakož i relativní četnost uplatňování základových roštových konstrukcí v praxi, se stala podnětem k pokusu navrhnout jejich zjednodušené (tedy přibližné) řešení s možností rychlých praktických aplikací dávajících „přijatelné“ výsledky.

Přednesené přibližné řešení podává uspokojivý návod, jak distribuovat svislé zatížení ze sloupů působících ve styčnicích roštu do jeho jednotlivých horizontálních prutů.

2. ZÁKLADOVÝ VODOROVNÝ ROŠT OBECNÉHO GEOMETRICKÉHO TVARU

Předpokládejme základový horizontální rošt sestávající z konečného počtu styčniců (uzlů), z nichž v každém se stýkají minimálně dva roštové pruty (pasy) v navzájem obecném postavení, přičemž v každém roštovém styčnicu působí prostřednictvím sloupu svislé břemeno známé velikosti. (Ve skutečnosti jde o velikosti stanovitelné pouze s „dostatečnou“ přesností z tzv. zatěžujících ploch, přičemž ohybové momenty ve vetknutích svislých sloupů do roštových styčniců zanedbáváme). Uvažujme přitom, že

jakost podloží je stálá pro všechny roštové pasy. Označme uvažovaný styčník písmenkem i , takže sousední styčníky popíšeme písmenky $j_1, j_2, \dots, j_k, \dots, j_{n-1}, j_n$. Necht' P_i je velikost svislé síly v i -tém uzlu a necht' teoretické délky roštových prutů jsou $l_{i,j_1}, l_{i,j_2}, \dots, l_{i,j_k}, \dots, l_{i,j_{n-1}}, l_{i,j_n}$, viz Obr. 2.



Obr. 2. Schéma k označení základového horizontálního roštu obecného geometrického tvaru

Označíme-li (nyní již stručně) J_{i,j_k} jako moment setrvačnosti příčného průřezu roštového pasu délky l_{i,j_k} , který je stálý pro celý prut a E_{i,j_k} jako konstantní Youngův

modul pružnosti příslušný pro l_{i,j_k} , vyjádříme (symetrickou) tuhost uvažovaného pasu jako $k_{i,j_k} = \frac{E_{i,j_k} \cdot J_{i,j_k}}{l_{i,j_k}}$. Poněvadž platí, že $l_{i,j_k} = l_{j_k,i}$, $J_{i,j_k} = J_{j_k,i}$ a ovšem i $E_{i,j_k} = E_{j_k,i}$, je také $k_{i,j_k} = k_{j_k,i}$, přičemž $k = 1, 2, \dots, n-1, n$, kde n označuje počet styčníků (uzlů) sousedících se styčníkem i .

Předpokládejme nyní, že vertikální síla P_i se roznese vždy jen do k i – tému styčníku přilehlé poloviny délky pasu l_{i,j_k} odpovídajícím podílem P_{i,j_k} , takže platí

$$P_i = P_{i,j_1} + P_{i,j_2} + \dots + P_{i,j_k} + \dots + P_{i,j_{n-1}} + P_{i,j_n} \quad (1)$$

Jestliže bude $q_{i,j_k} \left[\frac{N}{m} \right]$ plná rovnoměrně spojitá reakce rozložená (konstantní měrou) vždy po přilehlé délce $\frac{1}{2} \cdot l_{i,j_k}$ pasu k i – tému styčníku, můžeme vyjádřit

$$P_{i,j_k} = \frac{1}{2} \cdot q_{i,j_k} \cdot l_{i,j_k} \quad (2)$$

Zbývá naformulovat „rozumný“ a co možná nejjednodušší předpoklad o rozdělení sil P_{i,j_k} do přilehlých pasů. Za tímto účelem (hypoteticky) předpokládejme, že se síly P_{i,j_k} budou konstituovat podle poměru symetrických tuhostí odpovídajících pasů, nebo-li uplatněme tuto podmínku jako

$$\frac{P_{i,j_1}}{k_{i,j_1}} = \frac{P_{i,j_2}}{k_{i,j_2}} = \dots = \frac{P_{i,j_k}}{k_{i,j_k}} = \dots = \frac{P_{i,j_{n-1}}}{k_{i,j_{n-1}}} = \frac{P_{i,j_n}}{k_{i,j_n}} \quad (3)$$

Upozorněme zde předem, že „lákavý“ předpoklad (3) je třeba prozatím brát s jistou opatrností, a že bude dále v textu podrobně verifikován a podroben diskusi. Spojením podmínky (1) silové rovnováhy ve styčnicku s předpoklady (2) a (3) po určitých úpravách dospějeme ke vztahům

$$q_{i,j_k} = \frac{2 \cdot P_i}{l_{i,j_k} \cdot \left[\frac{k_{i,j_1}}{k_{i,j_k}} + \frac{k_{i,j_2}}{k_{i,j_k}} + \dots + \frac{k_{i,j_{k-1}}}{k_{i,j_k}} + 1 + \frac{k_{i,j_{k+1}}}{k_{i,j_k}} + \dots + \frac{k_{i,j_n}}{k_{i,j_k}} \right]} .$$

(4)

Z rovnice (4) plyne pro $E_{i,j_k} = E = konst$ výraz

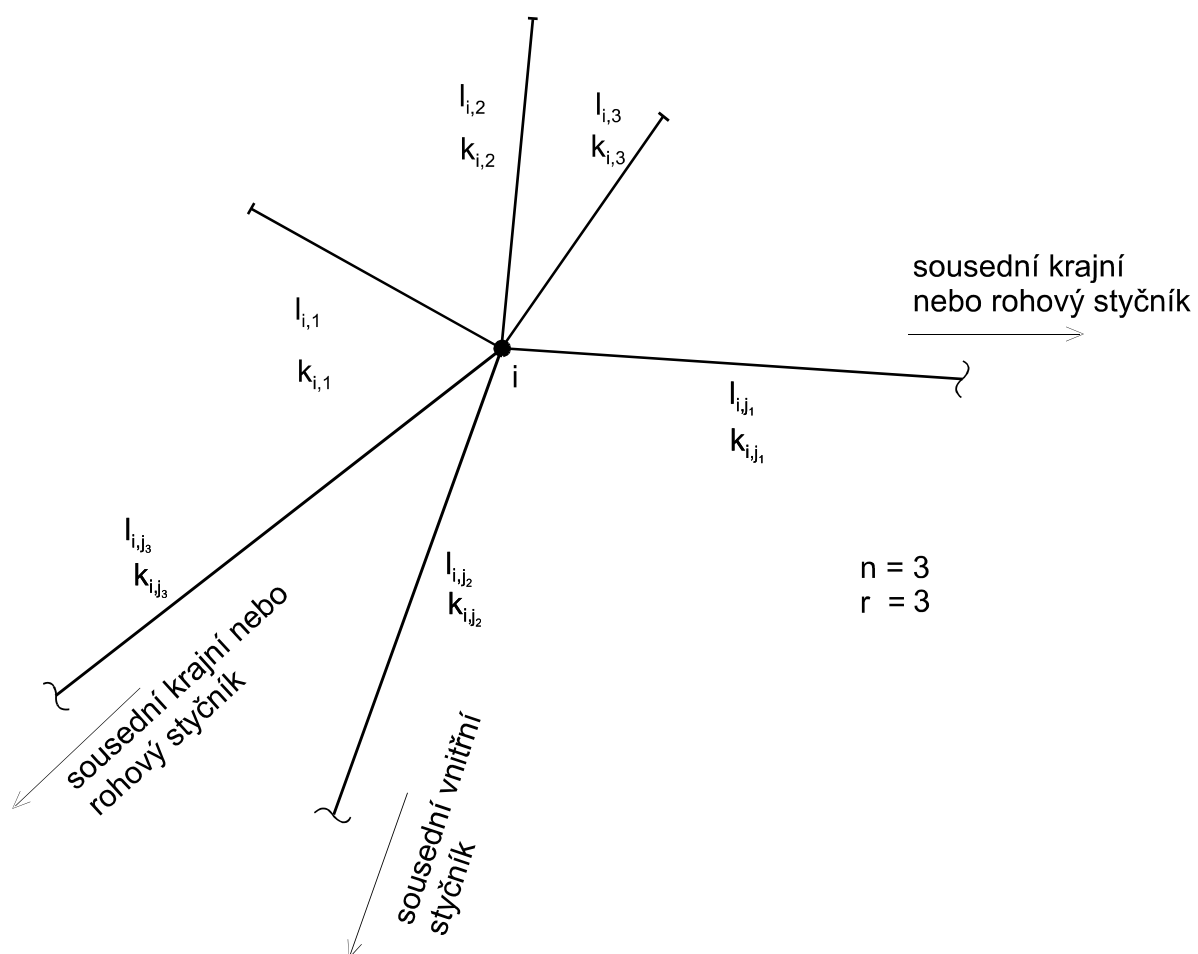
$$q_{i,j_k} = \frac{2 \cdot P_i}{l_{i,j_k} \cdot \left[\frac{J_{i,j_1} \cdot l_{i,j_k}}{J_{i,j_k} \cdot l_{i,j_1}} + \frac{J_{i,j_2} \cdot l_{i,j_k}}{J_{i,j_k} \cdot l_{i,j_2}} + \dots + \frac{J_{i,j_{k-1}} \cdot l_{i,j_k}}{J_{i,j_k} \cdot l_{i,j_{k-1}}} + 1 + \frac{J_{i,j_{k+1}} \cdot l_{i,j_k}}{J_{i,j_k} \cdot l_{i,j_{k+1}}} + \dots + \frac{J_{i,j_n} \cdot l_{i,j_k}}{J_{i,j_k} \cdot l_{i,j_n}} \right]} . \quad (4a)$$

Poznamenejme, že obecně $P_{i,j_k} \neq P_{j_k,i}$, a proto také $q_{i,j_k} \neq q_{j_k,i}$. Rovněž všeobecně $q_{i,j_k} \neq q_{i,j_s}$; $s = 1, 2, \dots, n-1, n$.

Všimněme si, že odvození posledních vzorců nebylo závislé na „geometrii“ základového roštu. Uvedené formule (4) a (4a) [zaregistruj jejich strukturování !] jsou proto za určitých omezení použitelné pro „rozumné“ obecné roštové pasy, tím spíše pak pro předpokládané rošty s navzájem ortogonálně popř. i pravidelně izogonálně postavenými vodorovnými pruty, u nichž se budou v rohovém styčnicku sbíhat právě dva pasy, v krajním styčnicku právě tři a pokud jde o vnitřní styčnick, budou se do něho sbíhat právě čtyři pasy.

3. ZÁKLADOVÝ VODOROVNÝ ROŠT OBECNÉHO GEOMETRICKÉHO TVARU S PŘEKONZOLOVANÝMI PASY

Předchozí kapitola nepředpokládala vykonzolované pruty z krajních a rohových styčníků, nebo-li neuvažovala pasy, které by přesahovaly konturu klasicky pojímaných roštů. Ponechme nadále v platnosti zavedené předpoklady i značení a zaměříme se nyní na i - tý tuhý styčník, který je jen buď rohovým, anebo jen krajním uzlem, takže se v něm sbíhá n prutů, ale navíc i r překonzolovaných krakorců, viz Obr. 3.



Obr. 3. Příklad krajního tuhého styčníku horizontálního roštu obecného geometrického tvaru

se třemi překonzolovanými pasy a třemi roštovými pasy ($r = 3 ; n = 3$)

Zatímco vyjádření tuhostí výše definovaných roštových pasů nečiní principiální potíže (viz druhá kapitola), je vystižení tuhostí vykonzolovaných pasů poněkud problematické, nicméně nutné; statická schémata obou uvedených skupin takovýchto nosných roštových prvků jsou naprosto odlišná, takže, pokud jde o konzolové pasy, nelze jejich symetrické tuhosti automaticky brát jako $k_{i,m} = \frac{E_{i,m} \cdot J_{i,m}}{l_{i,m}}$ - alespoň nikoliv pro „velká“

vyložení. (Deformační metoda nepočítá s tuhostí konzolových prutů vetknutých do tuhých styčnicku, nýbrž prostřednictvím těchto prutů zatěžuje uvažované styčníky ohybovým momentem jakožto vnější zobecnělou silou). Uvážíme-li ale, že (hlavně vzhledem k zahloubení roštu do zeminy) se budou roštové styčníky chovat prakticky jako (téměř) dokonalá vetknutí pro všechny pruty do nich upnuté, pak za kritérium tuhosti překonzolovaného pasu se nabízí vzít snadno odvoditelný vertikální průhyb jeho volného konce, neboli, bude-li mít určitý roštový pas ve svém středu stejný průhyb jako maximální průhyb odpovídajícího vyložení pasu mimo konturu roštu při stejném zatížení obou (předpokládáme plná rovnoměrně spojitá, popř. realisticky situovaná plná spojitá „trojúhelníková“ zatížení), pak budeme oba roštové prvky co do jejich tuhosti považovat za „srovnatelné“. Tato podmínka tedy žádá, aby vykonzolování činilo nejvýše asi 0,38 resp. 0,39 násobku rozpětí odpovídajícího roštového pasu (v běžné technické praxi se tento násobek uplatňuje nižší hodnotou – kolem 0,25 až 0,33). Zdá se tedy, že „přijatelně“ malé vykonzolování pasu také opravňuje aplikovat pro výpočet jeho symetrické tuhosti vzorec $k_{i,m} = \frac{E_{i,m} \cdot J_{i,m}}{l_{i,m}}$ s „malou“ chybou, ($m = 1, 2, \dots, r$), zatímco při větším vyložení pasu jeho tuhost rychle klesá, takže uvedené formulky již použít nelze.

Vzhledem k předpokladům bude nyní třeba doplnit rovnici (1) o r členů

$$P_{i,m} = q_{i,m} \cdot l_{i,m} \quad (2a)$$

(opět přibližně předpokládáme konstantní spojitou reakci v celém vyložení pasu), takže zapíšeme

$$P_i = P_{i,j_1} + P_{i,j_2} + \dots + P_{i,j_k} + \dots + P_{i,j_{n-1}} + P_{i,j_n} + P_{i,1} + P_{i,2} + \dots + P_{i,m} + \dots + P_{i,r-1} + P_{i,r} , \quad (1a)$$

a analogicky vzhledem k rovnici (3) „opatrně“ přijmeme také

$$\frac{P_{i,j_1}}{k_{i,j_1}} = \frac{P_{i,j_2}}{k_{i,j_2}} = \dots = \frac{P_{i,j_k}}{k_{i,j_k}} = \dots = \frac{P_{i,j_{n-1}}}{k_{i,j_{n-1}}} = \frac{P_{i,j_n}}{k_{i,j_n}} = \frac{P_{i,1}}{k_{i,1}} = \frac{P_{i,2}}{k_{i,2}} = \dots = \frac{P_{i,m}}{k_{i,m}} = \dots = \frac{P_{i,r-1}}{k_{i,r-1}} = \frac{P_{i,r}}{k_{i,r}} , \quad (3a)$$

s tím, že (3a) je třeba rovněž podrobit analýze s příslušným omezením (viz též 4. kapitola). Spojením vzorců (1a), (2), (2a) a (3a) celkem snadno dospějeme pro regulární roštové pasy k

$$q_{i,j_k} = \frac{2 \cdot P_i}{l_{i,j_k} \cdot \left[\frac{k_{i,j_1}}{k_{i,j_k}} + \frac{k_{i,j_2}}{k_{i,j_k}} + \dots + \frac{k_{i,j_{k-1}}}{k_{i,j_k}} + 1 + \frac{k_{i,j_{k+1}}}{k_{i,j_k}} + \dots + \frac{k_{i,j_n}}{k_{i,j_k}} + \frac{k_{i,1}}{k_{i,j_k}} + \frac{k_{i,2}}{k_{i,j_k}} + \dots + \frac{k_{i,m}}{k_{i,j_k}} + \dots + \frac{k_{i,r}}{k_{i,j_k}} \right]} \quad (4b)$$

a pro vykonzolované pasy pak k

$$q_{i,m} = \frac{P_i}{l_{i,m} \cdot \left[\frac{k_{i,j_1}}{k_{i,m}} + \frac{k_{i,j_2}}{k_{i,m}} + \dots + \frac{k_{i,j_k}}{k_{i,m}} + \dots + \frac{k_{i,j_n}}{k_{i,m}} + \frac{k_{i,1}}{k_{i,m}} + \frac{k_{i,2}}{k_{i,m}} + \dots + \frac{k_{i,m-1}}{k_{i,m}} + 1 + \frac{k_{i,m+1}}{k_{i,m}} + \dots + \frac{k_{i,r}}{k_{i,m}} \right]} \quad (4c)$$

Opět, pro $E_{i,j_k} = E_{i,m} = E$ obdržíme z (4a) a z (4b) vztahy

$$q_{i,j_k} = \frac{2 \cdot P_i}{l_{i,j_k} \cdot \left[\frac{J_{i,j_1} \cdot l_{i,j_k}}{J_{i,j_k} \cdot l_{i,j_1}} + \dots + \frac{J_{i,j_{k-1}} \cdot l_{i,j_k}}{J_{i,j_k} \cdot l_{i,j_{k-1}}} + 1 + \frac{J_{i,j_{k+1}} \cdot l_{i,j_k}}{J_{i,j_k} \cdot l_{i,j_{k+1}}} + \dots + \frac{J_{i,j_n} \cdot l_{i,j_k}}{J_{i,j_k} \cdot l_{i,j_n}} + \frac{J_{i,l} \cdot l_{i,j_k}}{J_{i,j_k} \cdot l_{i,l}} + \dots + \frac{J_{i,r} \cdot l_{i,j_k}}{J_{i,j_k} \cdot l_{i,r}} \right]} \quad (4d)$$

a

$$q_{i,m} = \frac{P_i}{l_{i,m} \cdot \left[\frac{J_{i,j_1} \cdot l_{i,m}}{J_{i,m} \cdot l_{i,j_1}} + \dots + \frac{J_{i,j_n} \cdot l_{i,m}}{J_{i,m} \cdot l_{i,j_n}} + \frac{J_{i,l} \cdot l_{i,m}}{J_{i,m} \cdot l_{i,l}} + \dots + \frac{J_{i,m-1} \cdot l_{i,m}}{J_{i,m} \cdot l_{i,m-1}} + 1 + \frac{J_{i,m+1} \cdot l_{i,m}}{J_{i,m} \cdot l_{i,m+1}} + \dots + \frac{J_{i,r} \cdot l_{i,m}}{J_{i,m} \cdot l_{i,r}} \right]} \quad (4e)$$

Vzorce (4b), (4c), (4d) a (4e) [viz jejich strukturaci!] jsou (za uvažovaných předpokladů) „obecné“, a platí tak (s určitými omezeními) i pro rošty, jejichž regulární pasy i pasy „překonzolované“ jsou v navzájem ortogonálním resp. pravidelně izogonálním postavení. Tehdy v rohovém uzlu počítáme se dvěma pasy regulárními a dvěma pasy vyloženými, které jsou vlastně prodlouženími pasů regulárních (standardních) mimo konturu klasického roštu. Analogicky, u krajního uzlu půjde o tři pruty regulární a jedno vyložení.

Podobně, jak bylo zmíněno v úvodu, budeme pokládat u „obecně izogonálních“ roštů za výhodné, když budou i u rohových a krajních roštových styčniců úhly, které spolu svírají sousední pasy (regulární i „vykonzolované“), přibližně stejně veliké.

4. VYMEZENÍ PLATNOSTI VZTAHŮ PRO PLNÉ ROVNOMĚRNĚ SPOJITÉ REAKCE V JEDNOTLIVÝCH ROŠTOVÝCH PASECH. DISTRIBUCE KONTAKTNÍCH NAPĚTÍ V NICH

Ve dvou předchozích kapitolách byly odvozeny vzorce, které distribuují styčnickovou sílu plně a rovnoměrně spojitě do poloviny délek přilehlých regulárních roštových pasů,

případně též do celých délek přilehlých vykonzoloovaných roštových pasů „přiměřených“ vyložení. Podle očekávání přitom přenesou větší díl styčnickové síly tužší pasy než pasy poddajnější. Praktické numericky ověřované příklady uplatnění základových roštů však ukazují, že již poměrně malá vzájemná rozdílnost v (symetrických) tuhostech pasů může zapříčiňovat velký rozdíl ve velikostech plných rovnoměrně spojitých reakcí v nich, nebo-li, že tužší roštové pasy mohou být podle vztahů (4), (4a), (4b), (4c), (4d) a (4e) relativně neúměrně (nerealisticky) přetěžovány na úkor pasů poddajnějších. Tuhost má však při daném modulu pružnosti dva zdroje a při numerické analýze se ukázalo být velmi podstatným, je-li rozdílnost tuhostí roštových pasů způsobena více rozdílností v jejich délkách anebo spíše diferencí v momentech setrvačnosti jejich příčných průřezů. Bude-li např. $l_{i,j_k} < l_{i,j_s}$ ale zároveň $J_{i,j_k} > J_{i,j_s}$, dochází skutečně k „divergenci“

$\frac{k_{i,j_k}}{k_{i,j_s}} < \frac{q_{i,j_k}}{q_{i,j_s}} > 1$, a to tím více, čím více se liší k_{i,j_k} od k_{i,j_s} . Bude-li ale $l_{i,j_k} = l_{i,j_s}$ a zároveň $\frac{J_{i,j_k}}{J_{i,j_s}} = \frac{k_{i,j_k}}{k_{i,j_s}} = n$, bude platit i $\frac{q_{i,j_k}}{q_{i,j_s}} = n$, což je ovšem „přijatelnější“ výsledek.

Konečně, pro $l_{i,j_k} > l_{i,j_s}$ a zároveň $J_{i,j_k} > J_{i,j_s}$, může nastat $q_{i,j_s} \leq q_{i,j_k}$ i $q_{i,j_s} \geq q_{i,j_k}$ (jde o poměrně „neostré“ nerovnosti), popř. lze dosáhnout vhodným poměrem v momentech setrvačnosti určité „přijatelné“ srovnatelnosti $q_{i,j_k} \approx q_{i,j_s}$. Obdobné výsledky jsou platné, i pokud jde o základové rošty s vyloženými pasy. Ukazuje se tedy, že předpoklady (3) resp. (3a) nemají univerzální platnost. Je ale nicméně vidět, že předložené řešení dává dobré výsledky pro **stejně dlouhé pasy** (anebo alespoň pro pasy, které se vzájemnou délkou **neliší více než o cca 20 % až 25%**) při „rozumných“ diferencích v momentech

setrvačnosti (řekněme $\frac{J_{i,j_k}}{J_{i,j_s}} \approx 1$ až 2). Lze rovněž doporučit, aby „poněkud“ delšímu

roštovému pasu byl také přiřazen větší moment setrvačnosti, než je tomu u pasu kratšího. Nejspolehlivější výsledek ovšem dávají stejně dlouhé roštové pasy o stejných průřezových charakteristikách, kdy např. namísto (3) postačí prostě vzít $P_{i,j_1} = P_{i,j_2} = \dots = P_{i,j_k} = \dots = P_{i,j_{n-1}} = P_{i,j_n}$, atd. Například, pro předpokládaný základový rošt vytvořený ze stejných obdélníků (pravidelný ortogonální rastr), kdy ve vnitřním roštovém styčnicku bude $l_{i,j_1} = l_{i,j_3} \neq l_{i,j_2} = l_{i,j_4}$ a zároveň $J_{i,j_1} = J_{i,j_3} \neq J_{i,j_2} = J_{i,j_4}$, vychází

vztah $\frac{q_{i,j_1}}{q_{i,j_2}} : \frac{k_{i,j_1}}{k_{i,j_2}} = \frac{l_{i,j_2}}{l_{i,j_1}}$, apod. V každém případě, „přijatelnost“ řešení je mnohem více

ovlivněna rozdílností v délkách roštových pasů než diferencí v jejich momentech setrvačnosti průřezů.

Jakkoliv jsou ale roštové pasy relativně mohutnými nosníky, je jejich tuhost přeci jen zpravidla „malá“ na to, aby bylo, lze akceptovat konstantně rozloženou reakci v nich tak, jak to předpokládá naznačený přibližný výpočet. Ve skutečnosti dojde ke zvětšení spojitých reakcí v pasech v blízkém okolí uvažovaného styčnicku, zatímco mimo tuto oblast je naopak třeba počítat s určitým jejich zmenšením. Jinými slovy, na intervalu $\left\langle 0; \frac{1}{2} \cdot l_{i,j_k} \right\rangle$ je zapotřebí namísto konstantní reakce q_{i,j_k} uvažovat spojitou nerostoucí reakci f_{i,j_k} tak, aby pro regulární roštový pas platilo

$$P_{i,j_k} = \frac{1}{2} \cdot q_{i,j_k} \cdot l_{i,j_k} = \int_0^{\frac{l_{i,j_k}}{2}} f_{i,j_k}(x) \cdot dx \quad . \quad (2b)$$

Podobně, pro vykonzolovaný roštový pas na celém intervalu $\langle 0; l_{i,m} \rangle$ bude platit pro odpovídající spojitou nerostoucí reakci $f_{i,m}$ vztah

$$P_{i,m} = q_{i,m} \cdot l_{i,m} = \int_0^{l_{i,m}} f_{i,m}(x) \cdot dx \quad . \quad (2c)$$

Poznamenejme, že počátek každé kartézské soustavy souřadnic $\{0; x\}$ je volen vždy v uvažovaném uzlu (n voleb) a $+x$ se od něj postupně „měří“ podél každého uvažovaného prutu. Těmito postupnými lokálními označeními bylo možné se vyhnout složité indexaci za účelem rozlišení všech možných voleb systémů kartézských souřadnic.

O „přesném“ průběhu obou funkcí není sice nic známo, nicméně (kromě již řečeného) lze předpokládat jejich maxima v počátku jejich definičních oborů a minima v jejich koncích. Podobně lze očekávat, že i jejich první derivace budou na obou koncích jejich definičních oborů nulové. Obecně ale bude platit $f_{i,j_k}(x=0) \neq f_{i,j_s}(x=0) \neq f_{i,m}(x=0)$ a také $f_{i,j_k}\left(x = \frac{l_{i,j_k}}{2}\right) \neq f_{j_k,i}\left(x = \frac{l_{i,j_k}}{2}\right)$. (Tyto zřejmé „nedostatky“ (totiž nespojitosti) vyplývají ze zavedených zjednodušujících předpokladů a nemohou mít vzhledem k předpokládané „plochosti“ předmětných funkcí podstatnější význam). Poněvadž ale (nejednoznačné) hledání funkcí f_{i,j_k} a $f_{i,m}$ s předestřenými vlastnostmi by nepochybně vedlo na komplikované vztahy (a bylo by řešením beztak jen přibližným), je možno spokojit se s následujícími zjednodušeními.

Pokud jde o regulární roštový pas, orientujme se podle Obr. 4, v němž je na intervalu $\left\langle 0; \frac{1}{2} \cdot l_{i,j_k} \right\rangle$ reakce f_{i,j_k} nahrazena dvěma po částech konstantními funkcemi, a to na intervalu $\left\langle 0; \lambda_{i,j_k} \cdot \frac{l_{i,j_k}}{2} \right\rangle$ funkcí ${}^2f_{i,j_k}$ a na intervalu $\left\langle \lambda_{i,j_k} \cdot \frac{l_{i,j_k}}{2}; \frac{l_{i,j_k}}{2} \right\rangle$ funkcí ${}^1f_{i,j_k}$. Součinitel $\lambda_{i,j_k} \in (0;1)$ je nutno empiricky volit jednak podle tuhosti předmětného pasu a jednak s ohledem na poddajnost podloží. Rovněž „podílový“ koeficient $\kappa_{i,j_k} \in (0;1)$, který determinuje část síly P_{i,j_k} ke konstantnímu rozložení velikosti ${}^1f_{i,j_k} = \kappa_{i,j_k} \cdot q_{i,j_k}$ po celém intervalu $\left\langle 0; \frac{1}{2} \cdot l_{i,j_k} \right\rangle$ je třeba zvolit podle zkušenosti. Všeobecně vzato, tužší regulární roštové pasy a poddajnější podloží vedou spíše na relativně větší koeficienty λ_{i,j_k} i větší součinitele κ_{i,j_k} při malé vzájemné rozdílnosti ${}^1f_{i,j_k}$ a ${}^2f_{i,j_k}$ a naopak, přičemž se ukazuje, že na kontaktní síly má větší vliv spíše jakost podloží než tuhost roštového pasu. S přihlédnutím ke vztahu (2b) a schématu na Obr. 4. lze nyní zapsat pro i – tý uzel tuto podmínku rovnováhy:

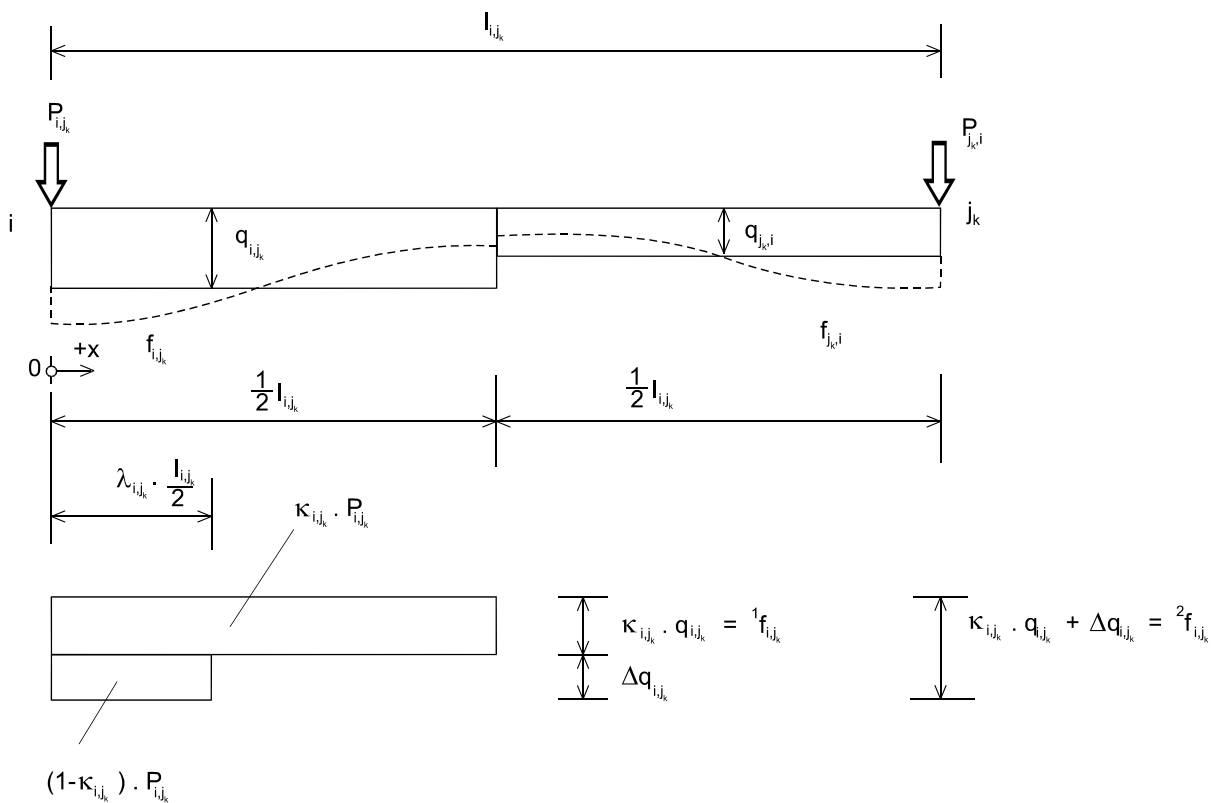
$$P_{i,j_k} = \kappa_{i,j_k} \cdot P_{i,j_k} + (1 - \kappa_{i,j_k}) \cdot P_{i,j_k} = \kappa_{i,j_k} \cdot \frac{1}{2} \cdot q_{i,j_k} \cdot l_{i,j_k} + \lambda_{i,j_k} \cdot \frac{l_{i,j_k}}{2} \cdot \Delta q_{i,j_k} \quad (5)$$

Z této rovnice (pouhým porovnáním druhých členů) ihned obdržíme

$$\Delta q_{i,j_k} = \frac{2 \cdot P_{i,j_k} \cdot (1 - \kappa_{i,j_k})}{\lambda_{i,j_k} \cdot l_{i,j_k}}, \quad (6)$$

nebo-li vzhledem k rovnici (2) poměrně jednoduchý dvojparametrový vzorec pro „přídavné“ kontaktní napětí

$$\Delta q_{i,j_k} = \frac{1 - \kappa_{i,j_k}}{\lambda_{i,j_k}} \cdot q_{i,j_k} \quad (6a)$$



Obr. 4. Distribuce kontaktních sil pod regulárním roštovým pasem

Vzhledem k Obr. 4. a vztahu (6a) plyne

$${}^2f_{i,j_k} = {}^1f_{i,j_k} + \Delta q_{i,j_k} = \left[\kappa_{i,j_k} + \frac{1 - \kappa_{i,j_k}}{\lambda_{i,j_k}} \right] \cdot q_{i,j_k} \geq {}^1f_{i,j_k} \quad (7)$$

a

$$\frac{{}^2f_{i,j_k}}{{}^1f_{i,j_k}} = 1 + \frac{1 - \kappa_{i,j_k}}{\lambda_{i,j_k} \cdot \kappa_{i,j_k}} \geq 1 \quad . \quad (8)$$

Položíme-li $\frac{{}^2f_{i,j_k}}{{}^1f_{i,j_k}} = c$, plyne z (8)

$$\kappa_{i,j_k} = \frac{1}{\lambda_{i,j_k} \cdot (c-1) + 1} \quad . \quad (9)$$

Z poznatků uvedených v této kapitole a z reálných geometrických proporcí roštových pasů zmíněných v první kapitole příspěvku – v podélném směru pasu uvažujeme roznášecí úhel od vodorovné mezi 30° a 45° – vyplývají i realistické odhady pro „prvou“ volbu koeficientu λ_{i,j_k} , totiž $\lambda_{i,j_k} \in \langle \lambda_{i,j_k,\min} \approx 0,25; \lambda_{i,j_k,\max} \approx 0,57 \rangle$, přičemž jeho „střední hodnota“ může činit cca $\lambda_{i,j_k,\Phi} \approx 0,40$. Uvážíme-li dále, že „rozumná“ velikost násobku c může být asi $c \leq 3$, plyne ze vzorce (9) Tab. 1., která sladuje vztahy mezi parametry λ_{i,j_k} , κ_{i,j_k} a c .

C	$\lambda_{i,j_k,\min} / \kappa_{i,j_k}$	$\lambda_{i,j_k,\Phi} / \kappa_{i,j_k}$	$\lambda_{i,j_k,\max} / \kappa_{i,j_k}$
1,0	0 1	0 1	0 1

1,5	0,25 0,8889	0,40 0,8333	0,57 0,7782
2,0	0,25 0,8000	0,40 0,7143	0,57 0,6369
2,5	0,25 0,7273	0,40 0,6250	0,57 0,5391
3,0	0,25 0,6667	0,40 0,5556	0,57 0,4673

Tab.1. Tabulka orientačních souvztažností parametrů λ_{i,j_k} , κ_{i,j_k} a c

Je vidět, že pro všechna c je nárůst λ_{i,j_k} vždy doprovázen poklesem κ_{i,j_k} , přičemž vyšší hodnoty součinitele c odpovídají spíše měkčím pasům na velmi nepoddajném podloží.

V případě vykonzolovaných roštových pasů se budeme orientovat podle Obr. 5., v němž jsou definovány i funkce kontaktního napětí ${}^1f_{i,m}$ a ${}^2f_{i,m}$. Podmínka rovnováhy pro vyložený roštový pas délky $l_{i,m}$ je

$$P_{i,m} = \kappa_{i,m} \cdot P_{i,m} + (1 - \kappa_{i,m}) \cdot P_{i,m} = \kappa_{i,m} \cdot q_{i,m} \cdot l_{i,m} + \lambda_{i,m} \cdot l_{i,m} \cdot \Delta q_{i,m} \quad , \quad (5a)$$

z něhož plyne pro „přídavné“ kontaktní napětí

$$\Delta q_{i,m} = \frac{1 - \kappa_{i,m}}{\lambda_{i,m}} \cdot q_{i,m} \quad (6c)$$

a také vzorce

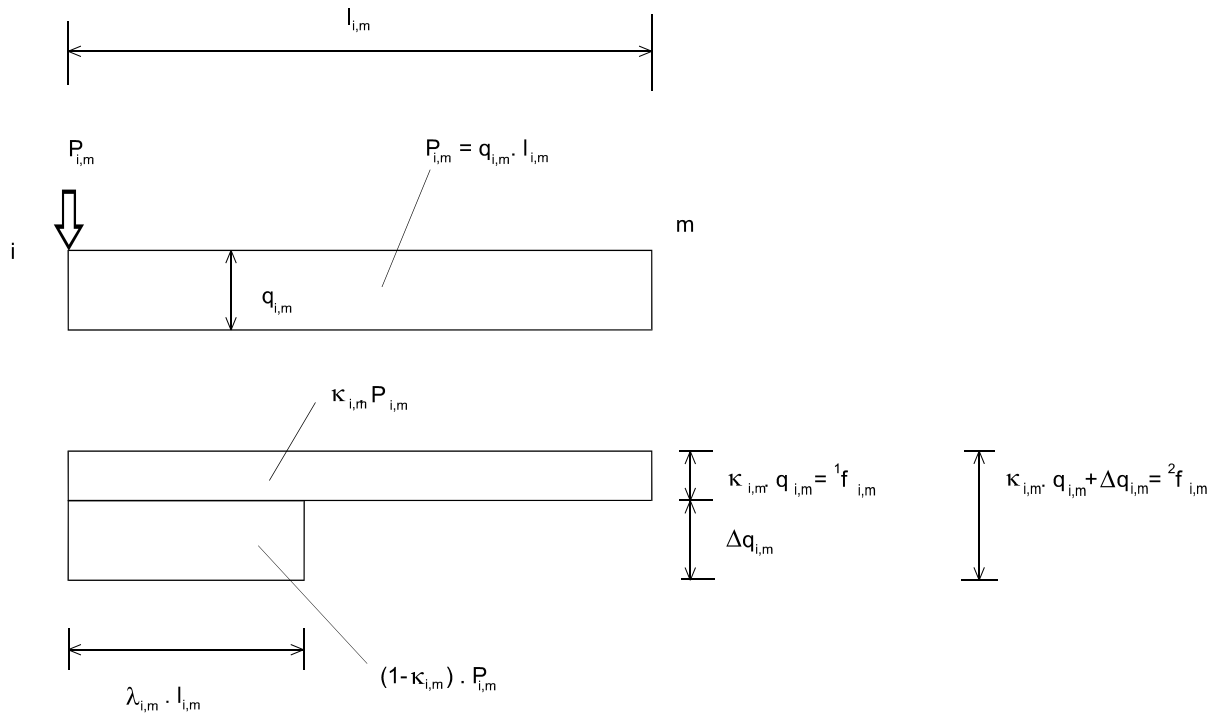
$${}^2 f_{i,m} = {}^1 f_{i,m} + \Delta q_{i,m} = \left[\kappa_{i,m} + \frac{1 - \kappa_{i,m}}{\lambda_{i,m}} \right] \cdot q_{i,m} \geq {}^1 f_{i,m} \quad , \quad (7a)$$

$$\frac{{}^2 f_{i,m}}{{}^1 f_{i,m}} = 1 + \frac{1 - \kappa_{i,m}}{\lambda_{i,m} \cdot \kappa_{i,m}} \geq 1 \quad (8a)$$

a

$$\kappa_{i,m} = \frac{1}{\lambda_{i,m} \cdot (c-1) + 1} \quad , \quad (9a)$$

kde $\frac{{}^2 f_{i,m}}{{}^1 f_{i,m}} = c$.



Obr. 5. Distribuce kontaktních sil pod vykonzolovaným roštovým pasem

Pokud jde o vzájemnou souvztažnost parametrů $\lambda_{i,m}$, $\kappa_{i,m}$ a c , platí pro ně tatáž vztahová závislost jako pro koeficienty λ_{i,j_k} , κ_{i,j_k} a c . Je pro ně proto možné uplatnit také Tab. 1.

Budou-li nyní v každém roštovém prutu známy velikosti kontaktních reakcí ${}^1f_{i,j_k}$, ${}^2f_{i,j_k}$, ${}^1f_{j_k,i}$, ${}^2f_{j_k,i}$, ${}^1f_{i,m}$ a ${}^2f_{i,m}$ v $\left[\frac{N}{m}\right]$, pak lze stanovit i (přibližné) velikosti odpovídajících kontaktních napětí v $\left[\frac{N}{m^2}\right]$ jako

$${}^1\sigma_{i,j_k} = \frac{{}^1f_{i,j_k}}{b_{i,j_k}} ; {}^2\sigma_{i,j_k} = \frac{{}^2f_{i,j_k}}{b_{i,j_k}} ; {}^1\sigma_{j_k,i} = \frac{{}^1f_{j_k,i}}{b_{i,j_k}} ; {}^2\sigma_{j_k,i} = \frac{{}^2f_{j_k,i}}{b_{i,j_k}} ;$$

(10)

$${}^1\sigma_{i,m} = \frac{{}^1f_{i,m}}{b_{i,m}} ; \quad {}^2\sigma_{i,m} = \frac{{}^2f_{i,m}}{b_{i,m}} ,$$

kde $b_{i,j_k} = b_{j_k,i}$ resp. $b_{i,m}$ jsou šířky jednotlivých roštových pasů (standardních resp. vyložených).

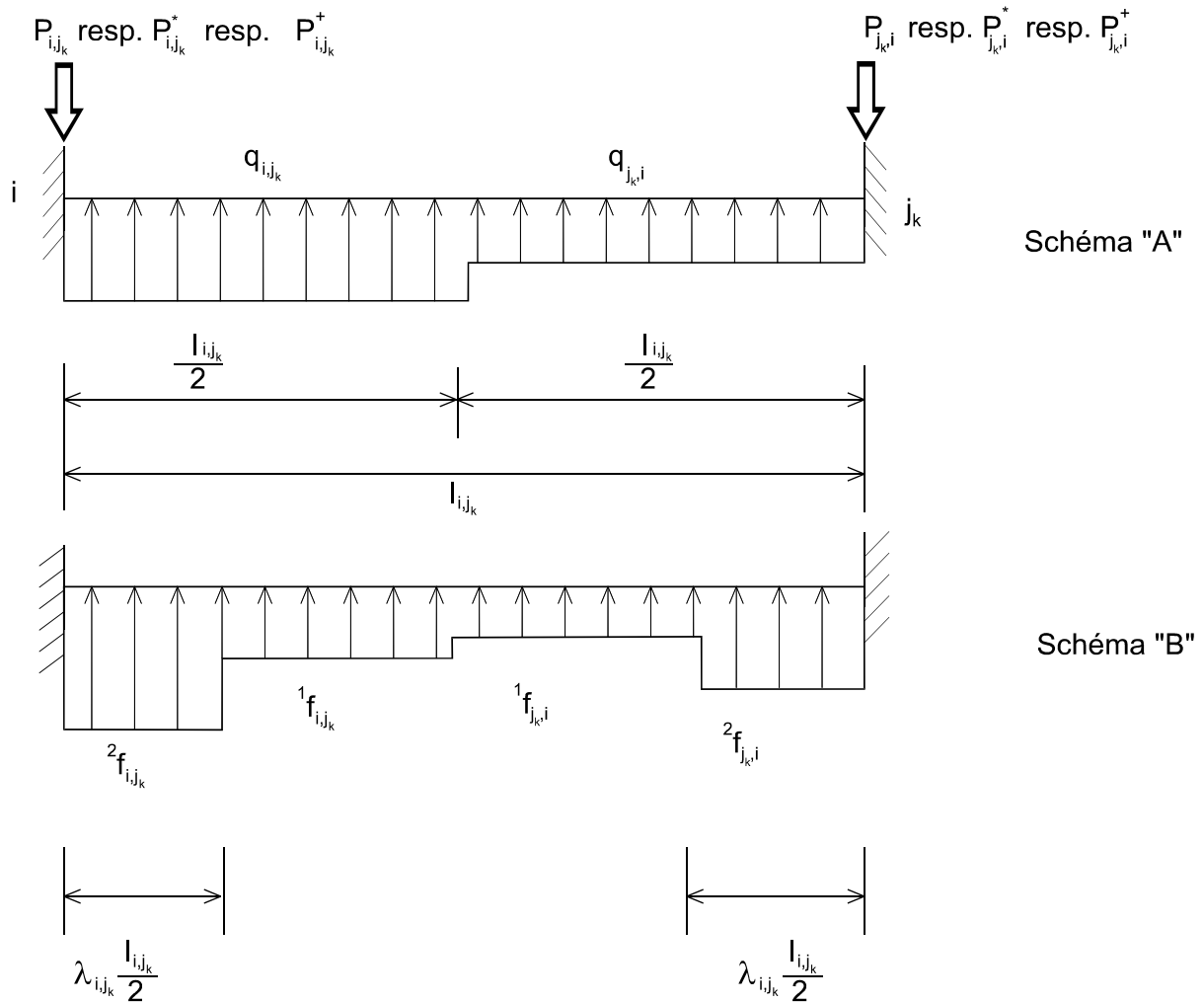
5. NĚKOLIK POZNÁMEK K UPLATNĚNÍ KONTAKTNÍCH NAPĚTÍ

POD ROŠTOVÝMI PASY

Výše v textu byl podán podrobný návod, jak k daným svislým silám P_i působícím v každém styčnicku horizontálního základového roštu přiřadit ke každému jeho standardnímu prutu délky l_{i,j_k} spojité reakce q_{i,j_k} , $q_{j_k,i}$, jejichž velikost je vždy konstantní v rozsahu $\frac{1}{2} \cdot l_{i,j_k}$. Takovýto postup vlastně vycházel z „podílových“ vertikálních sil na konci každého prutu, a sice ve styčnicku i se silou P_{i,j_k} a ve styčnicku j_k se silou $P_{j_k,i}$ s tím, že v každém vnitřním styčnicku musí platit bilanční vztah $\sum_{k=1}^n P_{i,j_k} = P_i$. Tato idealizace (respektující samozřejmě podmínky rovnováhy i rozdílnost tuhostí jednotlivých roštových pasů) byla posléze „zpřesněna“ nahrazením q_{i,j_k} dvojicí konstantních funkcí ${}^1f_{i,j_k}$ a ${}^2f_{i,j_k}$, zatímco $q_{j_k,i}$ bylo nahrazeno dvojicí konstant ${}^1f_{j_k,i}$ a ${}^2f_{j_k,i}$.

Vzhledem k výše vysvětleným předpokladům je možno již přistoupit ke statickému řešení jednotlivých pasů ze schémat na Obr. 6. ; jde vlastně o řešení oboustranně vetknutých nosníků. Statickému schématu „A“ však odpovídají reakce $P_{i,j_k}^* \neq P_{i,j_k}$ a $P_{j_k,i}^* \neq P_{j_k,i}$, přičemž tyto disproporce činí za „standardních“ okolností až asi ± 7 až 12% a jsou tím menší, čím méně se liší q_{i,j_k} od $q_{j_k,i}$. Zpřesněnému statickému schématu „B“ odpovídají reakce $P_{i,j_k}^+ \rightarrow P_{i,j_k}$ a $P_{j_k,i}^+ \rightarrow P_{j_k,i}$. Naznačená konvergence je tím výraznější, čím se koeficienty $\kappa_{i,j_k} = \kappa_{j_k,i}$ a $\lambda_{i,j_k} = \lambda_{j_k,i}$ stávají menšími. V každém případě, posouvající síly v roštových pasech jsou nulové v blízkém okolí středu jejich rozpětí.

Poznamenejme konečně, že statické schéma „A“ vede na poněkud větší namáhání roštového pasu (ohybovými momenty) než je tomu u statického schématu „B“. Naproti tomu je ale patrně ${}^2f_{i,j_k} \geq q_{i,j_k}$ a ${}^2f_{j_k,i} \geq q_{j_k,i}$ se souhlasnými důsledky pro velikosti kontaktních napětí, viz též vzorce (10).



Obr. 6. Skica ke statickým schémátům standardních roštových pasů

V případě vykonzolovaných roštových pasů (vycházejících z krajních nebo rohových styčniců ven z kontury klasicky pojatého roštu) platí pro každý takový uzel analogický bilanční vztah $P_i = \sum_{k=1}^n P_{i,j_k} + \sum_{m=1}^r P_{i,m}$, ale pro příslušné „podílové“ síly platí $P_{i,m} = P_{i,m}^* = P_{i,m}^+$ (uplatňujeme obdobné označení jako u standardních roštových pasů), takže tyto již nejsou co do své velikosti závislé na ${}^1f_{i,m}$ ani na ${}^2f_{i,m}$. Vyšetření vnitřních sil

vyložených pasů je pak dáno prostým řešením „obrácené“ konzoly zatížené reakcemi $^1f_{i,m}$ a $^2f_{i,m}$. Poznamenejme, že uplatnění vyložených pasů je příznivým opatřením jak z hlediska snížení odpovídajících kontaktních napětí, tak i z hlediska omezení eventuálních natočení krajních regulárních pasů roštu podél longitudinálních os.

Při detailním řešení standardního roštového pasu (viz Obr. 6.) resp. vyloženého roštového pasu (viz Obr. 5.) je možno zvážít určitá zkrácení délek $l_{i,jk}$ resp. $l_{i,m}$, která vyplývají z rozměrnosti odpovídajících návazných příčně (zpravidla kolmo) k nim postaveným pasům, což vede k eventuálně menším namáháním předmětných konstrukčních prvků.

6. ZÁVĚR

Autory předložené zjednodušené řešení základových roštových konstrukcí je velice jednoduché a názorné. Je založeno „jen“ na podmínkách rovnováhy a na respektování (nevelkých) rozdílů v tuhostech jednotlivých roštových pasů (a to bez ohledu na celkové geometrické uspořádání roštu) – tedy na těch nejelementárnějších principech mechaniky –, poněvadž to v přijatelné míře umožňují reálné fyzikální okolnosti a uvedené předpoklady. Jakkoliv tedy nevytváří žádný složitý a originálně definovaný fyzikální model problému (který by byl z analytického hlediska pravděpodobně beztak neschůdný, v lepším případě nesmírně pracný), jde o řešení původní i v praxi (za respektování odůvodněných omezení) osvědčené. Původnost postupu tkví zejména ve způsobu distribuování kontaktních reakcí pod pasy roštu i v jejich „zpřesněních“ po částech spojitými konstantními funkcemi.

Jde samozřejmě o řešení přibližné, jehož reálnost (totiž míra „přesnosti“) ve finále spočívá na zkušenosti statika, kterou pisatelé, dá-li se to tak říct, parametrizovali s připojenými doporučeními. „Logický nedostatek“, který je patrný zejména v „přiznaných“ nespojitostech v kontaktních napětích, ale není z hlediska vystižení podstaty problému a jeho vyřešení vůbec podstatný. Diskontinuity v jinak spojitých reakcích jsou „nepěkné“ toliko z „kosmetického hlediska“, nejsou však na závadu ani pokud jde o odhad extrémních kontaktních napětí, natož pak, pokud jde o dobré vystižení vnitřních sil v roštových pasech. (Nestejně ohybové momenty ve vetknutí

jednotlivých pasů do styčníku (uzlu) jsou důsledkem uvažovaných předpokladů a je možné je vyrovnat např. zprůměrováním anebo (kvůli bezpečnosti) akceptovat největší z nich). Poznamenejme, že vystihuje-li podmíněčná rovnice (2) realitu velmi dobře, je třeba brát hypotetický vztah (3) s určitou opatrností, která tak definuje jeho omezení na začátku 4. kapitoly příspěvku.

Uvedený postup nezohledňoval provázanost tuhosti základového roštu s tuhostí prostorového skeletu jím přenášeným. Nebyl rovněž zohledněn vliv základového roštu jakožto půdorysného celku určitého tvaru na zatlačení jednotlivých roštových pasů (více se do podloží zpravidla zatlačí vnitřní pasy) a na jejich namáhání (exponovanějšími pasy bývají obvykle pasy krajní). Upozorněme přitom, že případné uplatnění ztužujících stěn v přenášeném prostorovém skeletu (což ale naznačené řešení nepředpokládalo) by mohlo také poměrně významně ovlivnit rozložení reakcí pod pasy i jejich zatlačení do podloží.

Navržené řešení se může stát též jakýmsi návodem, jak postupovat i při jiné „schůdné“ distribuci kontaktních napětí – např. lineárním, bilineárním, lichoběžným či jiným způsobem. V každém případě, doporučený postup umožňuje rychle a bez nutnosti využití výpočetní techniky stanovit přibližné rozložení reakcí i vnitřních sil v pasech, a to třeba i opakovaně, za účelem získání požadovaných praktických výsledků ke vzájemným porovnáním a verifikacím nebo za účelem vhodnějšího návržení roštové základové konstrukce pro dané požadavky.

Reference

[1] Bažant, Z.: Metody zakládání staveb, Praha, Academia, 1973

[2] Bažant, Z.: Zakládání staveb, Praha, SNTL/SVTL, 1967

[3] Gorbunov-Posadov, M. I.: Výpočet konstrukcí na pružném podkladu, Praha, SNTL, 1957

[4] Chobot, K., Drahoňovský, Z., Hájek, V., Novotná, H.: Statika stavebních konstrukcí III, Praha, SNTL/ALFA, 1985

Kontaktní adresa: prof. Ing. Radimír Novotný, DrSc., Vysoká škola technická a ekonomická v Českých Budějovicích, Okružní 10, 370 01 České Budějovice, e-mail: novotny@mail.vstecb.cz